

Calcul littéral

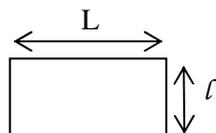
1. Introduction au calcul littéral

Dans certains calculs, comme par exemple les formules, on utilise des *lettres pour désigner des nombres dont on ne connaît pas la valeur*. On dit que c'est du **calcul littéral**.

- Un **calcul** qui comporte des lettres est appelé une **expression littérale**.
- Certaines lettres ont des **valeurs** qui vont **varier** selon la situation, on parle alors de **variable**, lors que d'autres on une **valeur fixe**, on parle de **constante**.
- Le rayon R est une **variable**, π est une **constante**.

Exemples:

Aire d'un rectangle = $L \times l$



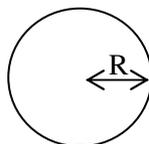
Pour **calculer** l'aire d'un rectangle de dimension 12 cm et 3 cm, on **remplace les lettres par leur valeur**.

Ici, $L = 12$ cm et $l = 3$ cm.

$$\text{Donc, } A = 12 \times 3 = 36 \text{ cm}^2$$

Périmètre d'un cercle

$$P = 2 \times \pi \times R$$



Pour **calculer** le périmètre d'un cercle de rayon 5 cm, on **remplace la lettre R par leur valeur**.

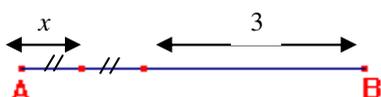
Ici, $R = 5$ cm.

$$\text{Donc, } P = 2 \times \pi \times 5 = 10 \times \pi \text{ cm}$$

2. Ecrire en fonction de « x »

C'est écrire une expression, un résultat où figure la lettre x .

Exemple :



Ecrire, en fonction de x , la longueur AB.

$$AB = 2 \times x + 3$$

3. Simplification d'écriture

Quand il n'y a pas de confusion possible, on peut **supprimer le signe \times** :

- | | |
|---|--------------------------------|
| - entre deux lettres | $a \times b = b \times a = ab$ |
| - entre un nombre et une lettre | $a \times 7 = 7 \times a = 7a$ |
| - entre un nombre placé devant une parenthèse | $4 \times (x + 2) = 4(x + 2)$ |
| - entre une lettre placée devant une parenthèse | $a \times (d - 1) = a(d - 1)$ |

Cas particuliers :

Pour tous les nombres a , b ou x , on a toujours :

$$1 \times a = a$$

$$0 \times a = 0$$

$$a \times b = b \times a$$

$$a \times a = a^2$$

$$1 \times x = x$$

$$x \times 8 = 8 \times x = 8x$$

$$2x \times 3 = 3 \times 2x = 6x$$

$$1 \times (x + 7) = (x + 7)$$

On n'écrit pas le 1 devant une lettre ou une parenthèse.

Les nombres s'écrivent devant les lettres et les parenthèses.

4. Egalités

Une égalité est constituée de deux membres séparés par un « = ».

Une égalité est **vraie** quand les deux membres ont la même valeur.

$$\begin{array}{ccc} & 3 + 5 = 4 \times 2 & \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ 1^{\text{er}} \text{ membre} & & 2^{\text{e}} \text{ membre} \end{array}$$

Les deux membres ont la même valeur 8.

$3 + 5 = 4 \times 2$ est une égalité **vraie**.

Une **égalité** où interviennent des **expressions littérales** peut être :

- toujours vraie : $3x + 2x = 5x$ est vraie pour tout nombre x ;
- parfois vraie : $5x = 10$ est vraie uniquement pour $x = 2$;
- jamais vraie : $0 \times x = 5$ n'est jamais vraie.

Une équation est une égalité où figure une lettre, appelée inconnue.

$$\begin{array}{ccc} & x + 3 = 5 & \text{est une équation d'inconnue } x \\ & \swarrow \quad \searrow & \\ 1^{\text{er}} \text{ membre} & & 2^{\text{e}} \text{ membre} \end{array}$$

5. Tester une égalité

Pour tester une égalité, on remplace les lettres par leur valeur et on calcule séparément la valeur du premier membre de l'égalité et la valeur du second membre pour une même valeur numérique donnée.

Exemples

L'égalité $x + 3 = 5$ est-elle vraie pour $x = 1$?

On teste pour $x = 1$:

A gauche :

$$x + 3 = 1 + 3$$

$$x + 3 = 4$$

$$4 \neq 5$$

A droite :

le 2^e membre vaut 5 ;

Les résultats sont différents :

l'égalité est **fausse** pour $x = 1$.

L'égalité $4 \times (x + 2) = 4x + 8$ est-elle vraie pour $x = 5$?

On teste pour $x = 5$:

A gauche :

$$4 \times (x + 2) = 4 \times (5 + 2)$$

$$= 4 \times 7$$

$$= 28$$

A droite :

$$4x + 8 = 4 \times 5 + 8$$

$$= 20 + 8$$

$$= 28$$

$$28 = 28$$

Les deux membres ont la même valeur ;

l'égalité est **vraie** pour $x = 5$.